

试卷代号:1002

座位号

中央广播电视大学 2003—2004 学年度第一学期“开放本科”期末考试

计科网络专业计算机数学基础(1)试题

2004 年 1 月

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 2 分,共 10 分)

- 谓词公式 $\exists xA(x) \wedge \neg \exists xA(x)$ 是()
 - 永真式
 - 矛盾式
 - 非永真式的可满足式
 - 重言式
- 命题公式 $P \rightarrow (P \vee \neg P)$ 是()
 - 永真式
 - 矛盾式
 - 非永真式的可满足式
 - 不属于 A、B、C 任何类型
- 设个体域是整数集合, P 代表 $\forall x \forall y ((x < y) \rightarrow (x - y) < x)$, 下面 4 个命题中为真的是()
 - P 是真命题
 - P 是假命题
 - P 是谓词公式, 但不是命题
 - P 不是谓词公式
- 设 A, B 是任意集合, 命题 $A - B = \emptyset \Leftrightarrow$ ()
 - $A = B$
 - $A \subseteq B$
 - $A \supseteq B$
 - 不能判定
- 下列真值为 1 的是()
 - $\emptyset \subseteq \emptyset$
 - $\emptyset \in \{a\}$
 - $\{a\} \in \{a, b\}$
 - $\{a\} \subset \{\{a\}, b\}$

○—○—○

学号
姓名
分校(工作站)

○—○—○

题
答
要
不
内
线
封
密

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 有向图 D 的邻接矩阵 $A(D) = [a_{ij}]_n$ 中第 i 行元素的和 $\sum_{j=1}^n a_{ij}$ 是 D 中的结点 v_i 的

_____.

7. 无向图 G 为欧拉图,当且仅当 G 是连通的,且 G 中无_____项点.

8. 设无向图 $G = \langle V, E \rangle$ 是哈密顿图,则 V 的任意子集 V_1 , 都有_____ $|V_1|$.

9. 设 S 是非空有限集合, $P(S)$ 是 S 的幂集, 则代数系统 $\langle P(S), \cup \rangle$ 存在单位元是

_____.

10. 设三元置换 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $\sigma\tau$ _____.

得 分	评卷人

三、化简解答题(每小题 8 分,共 24 分)

11. 判断命题公式 $((P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow Q)) \leftrightarrow ((P \vee R) \rightarrow Q)$ 的类型.

12. 偏序集 $\langle A, R \rangle$ 的哈斯图如图 1 所示:

试写出 A 和 R 的集合表达式, 并求 A 的极大元和最大元.

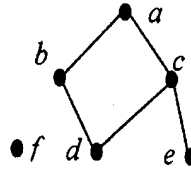


图 1

13. 一个具有 9^2 个结点的无向图它描述 8^2 个正方形的网格(如棋盘)的平面图, 以此说明欧拉公式成立.

得分	评卷人

四、计算题(每小题 8 分,共 32 分)

14. (1) 求 $\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow \neg P$ 的真值。

(2) 求命题公式 $Q \rightarrow (\neg P \wedge Q)$ 的主析取范式。

15. 求谓词公式 $\forall x G(x, y) \vee (\exists y H(y) \rightarrow \exists z R(y, z))$ 的前束范式。

密
封
线
内
不
要
答
题

16. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, A 上的二元关系 $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}$

(1) 求出 R^2, R^3 的集合表达式;

(2) 画出 R^2 的关系图.

17. 设有向图 $D = \langle V, E \rangle$, 其中 $V = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$

$E = \{\langle a_1, a_2 \rangle, \langle a_2, a_4 \rangle, \langle a_3, a_1 \rangle, \langle a_4, a_5 \rangle, \langle a_5, a_2 \rangle\}$

(1) 求 G 的邻接矩阵;

(2) 判断图 D 是强连通图、单侧连通图还是弱连通图?

得 分	评卷人

五、证明题(第 18 题 10 分,第 19 题 9 分,共 19 分)

18. 设 A, B, C 为任意集合,证明: $(A-B)-C=(A-C)-(B-C)$

19. 设 $\langle S, +, \cdot, \bar{}, 0, 1 \rangle$ 为一布尔代数, 证明 $\forall a, b \in S$, 有
 $a + (\bar{a} \cdot b) = a + b$; $a \cdot (\bar{a} \cdot b) = a \cdot b$

密 封 线 内 不 要 答 题

试卷代号:1002

中央广播电视大学 2003—2004 学年度第一学期“开放本科”期末考试
计科网络专业计算机数学基础(1)试题答案及评分标准

(供参考)

2004 年 1 月

一、单项选择题(每小题 2 分,共 10 分)

1. B 2. A 3. C 4. B 5. A

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 出度

7. 奇数度

8. $P(G-V_1) \leq$

9. \emptyset

10. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

三、化简解答题(每小题 8 分,共 24 分)

$$\begin{aligned} 11. & ((P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow Q)) \leftrightarrow ((P \vee R) \rightarrow Q) \\ & \Leftrightarrow ((\neg P \vee Q) \wedge (\neg R \vee Q)) \leftrightarrow ((P \vee R) \rightarrow Q) \end{aligned} \quad (2 \text{ 分})$$

$$\begin{aligned} & \Leftrightarrow ((\neg P \wedge \neg R) \vee Q) \leftrightarrow ((P \vee R) \rightarrow Q) \\ & \Leftrightarrow (\neg(P \vee R) \vee Q) \leftrightarrow ((P \vee R) \rightarrow Q) \end{aligned} \quad (5 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow ((P \vee R) \rightarrow Q) \leftrightarrow ((P \vee R) \rightarrow Q) \Leftrightarrow 1$$

所以, $((P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow Q)) \leftrightarrow ((P \vee R) \rightarrow Q)$ 是永真式. (8 分)

$$12. A = \{a, b, c, d, e, f\} \quad (2 \text{ 分})$$

$$R = \{\langle b, a \rangle, \langle d, b \rangle, \langle d, a \rangle, \langle d, c \rangle, \langle c, a \rangle, \langle e, c \rangle, \langle e, a \rangle\} \cup I_A. \quad (6 \text{ 分})$$

A 的极大元: a, f ; 最大元: 无. (8 分)

13. 在平面图的网格中, 结点数 $n=81$, 有 $r=65$ 个面, 共计有 $m=8 \times 9 + 8 \times 9 = 144$ 条边
(5 分)

于是有

$$n+r=81+65=146=144+2=m+2$$

满足欧拉公式。

(8分)

四、计算题(每小题8分,共32分)

14. (1) $\neg(\neg P \vee Q) \rightarrow \neg P \Leftrightarrow \neg(P \vee Q \vee \neg P) \Leftrightarrow 0$

(4分)

(2) $Q \rightarrow (\neg P \wedge Q) \Leftrightarrow \neg Q \vee (\neg P \wedge Q) \Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$

(8分)

15. $\forall x G(x, y) \vee (\exists y H(y) \rightarrow \exists z R(y, z))$

$\Leftrightarrow \forall x G(x, y) \vee (\exists t H(t) \rightarrow \exists z R(y, z))$

(3分)

$\Leftrightarrow \forall x (G(x, y) \vee (\exists t H(t) \rightarrow \exists z R(y, z)))$

(5分)

$\Leftrightarrow \forall x \forall t (G(x, y) \vee (H(t) \rightarrow \exists z R(y, z)))$

(8分)

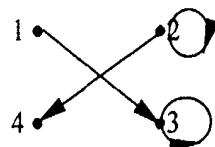
$\Leftrightarrow \forall x \forall t \exists z (G(x, y) \vee (H(t) \rightarrow R(y, z)))$

(3分)

16. (1) $R^2 = \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle \}$

$R^3 = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 2, 3 \rangle \}$ (5分)

(2) R^2 的关系图如附图1 (8分)



附图1 R^2 的关系图

17. (1) 邻接矩阵 $A(D) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (5分)

(2) 单侧连通图.

(8分)

五、证明题(第18题10分,第19题9分,共19分)

18. $(A-C) - (B-C) = (A \cap \sim C) \cap \sim(B \cap \sim C)$

$= (A \cap \sim C) \cap (\sim B \cap C)$

(5分)

$= (A \cap \sim C \cap \sim B) \cup (A \cap \sim C \cap C)$

(7分)

$= (A \cap \sim C \cap \sim B) = (A \cap \sim B) \cap \sim C = (A-B) - C$

(10分)

19. $a + (\bar{a} \cdot b) = (a + \bar{a}) \cdot (a + b) = 1 \cdot (a + b) = a + b$

(5分)

$a \cdot (\bar{a} + b) = (a \cdot \bar{a}) + a \cdot b = 0 + a \cdot b = a \cdot b$

(9分)