

试卷代号：1002

座位号

中央广播电视大学 2002—2003 学年度第一学期“开放本科”期末考试

计算机科学与技术专业计算机数学基础(1)试题

2003 年 1 月

| | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 总分 |
| 分数 | | | | | | |

| | |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
| | |

一、单项选择题(每小题 2 分,共 10 分)

- 下列命题公式等值的是()。
A. $\neg P \wedge \neg Q, P \vee Q$
B. $A \rightarrow (A \rightarrow B), \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$
C. $Q \rightarrow (P \vee Q), \neg Q \vee P \vee Q$
D. $\neg A \vee (A \wedge B), B$
- 谓词公式 $\forall y P(y)$ 取真值为 1 的充分必要条件是()。
A. 对任意 y , 使 $P(y)$ 都取真值 1
B. 存在一个 y_0 , 使 $P(y_0)$ 取真值 1
C. 存在某些 y , 使 $P(y)$ 都取真值 1
D. 存在一个 y_0 , 使 $P(y_0)$ 取真值 0
- 设集合 $A = \{0, b\}$, $B = \{1, b, 3\}$, 则 $A \cup B$ 上的恒等关系是()。
A. $\{\langle 0, 0 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$
B. $\{\langle 0, 0 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle b, b \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$
C. $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle b, b \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$
D. $\{\langle 0, 1 \rangle, \langle 1, b \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle 3, 0 \rangle\}$

4. 已知集合 $A = \{a, b, c\}$ 上的二元关系 R 的关系矩阵 $M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 那么

$R = (\quad)$.

- A. $\{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle a, c \rangle\}$ B. $\{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, b \rangle\}$
 C. $\{\langle a, b \rangle, \langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, a \rangle\}$ D. $\{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, a \rangle\}$

5. 设有向图 D 的结点集 $V = \{a, b, c, d\}$, 与 V 能构成强连通图的边集 $E = (\quad)$.

- A. $\{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle d, a \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, d \rangle\}$
 B. $\{\langle a, d \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle d, c \rangle\}$
 C. $\{\langle a, c \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle d, a \rangle, \langle d, c \rangle\}$
 D. $\{\langle a, d \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, d \rangle, \langle d, c \rangle\}$

| | |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
| | |

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 设命题公式 $G: P \rightarrow \neg(Q \rightarrow P)$, 则使公式 G 为假的真值指派是_____.

7. 设 P : 我们划船, G : 我们跑步, 那么命题“我们不能既划船, 又跑步”可符号化为_____.

8. 设个体域 $D = \{1, 2\}$, 那么谓词公式 $\exists x A(x) \vee \forall y B(y)$ 消去量词后的等值式为_____.

9. 设有向图 $D = \langle V, E \rangle$ 的邻接矩阵为 $A(D) = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 那么 $|E| =$

10. 无向连通图 G 含有欧拉回路的充分必要条件是_____.

| | |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
| | |

三、化简解答题(每小题 8 分,共 24 分)

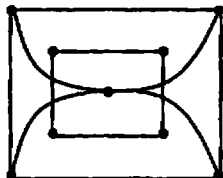
11. 回答问题:下列集合中哪些是相等的,说明理由.

$$A_1 = \{a, b\} \quad A_2 = \{b, a\} \quad A_3 = \{a, a, b\} \quad A_4 = \{a, b, c\}$$

$$A_5 = \{x | (x-a)(x-b)(x-c) = 0\} \quad A_6 = \{x | x^2 - (a+b)x + ab = 0\}$$

12. (1) 设图 G (如第 12 题图), 说明图 G 是否为可平面图? 若是, 作图 G 的平面图.

(2) 设无向连通图 $G = \langle V, E \rangle$, 那么图 G 中 $|V|$ 与 $|E|$ 满足什么条件, 图 G 一定是树.



第 12 题图

13. 说明谓词公式 $\exists x \forall y F(x, y) \rightarrow \forall y \exists x F(x, y)$ 是否为永真式.

| | |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
| | |

四、计算题(每小题 8 分,共 32 分)

14. 求命题公式 $P \rightarrow ((Q \rightarrow P) \wedge (\neg P \wedge Q))$ 的主合取范式.

15. 设全集 $E = \{a, b, c, d, e, f\}$, $A = \{a, d\}$, $B = \{a, b, e\}$, $C = \{b, d\}$, 求下列集合:

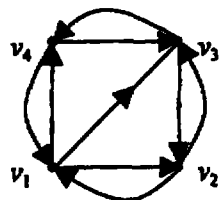
(1) $(A \cap B) \cup \sim C$;

(2) $(A \oplus A) \cup P(A)$.

16. 已知图 D (如第 16 题图) 的邻接矩阵为

$$A(D) = \begin{matrix} & \begin{matrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

求从 v_2 到 v_4 长度为 2 和从 v_3 到 v_3 长度为 2 的通路条数, 并将它们具体写出.



第 16 题图

17. 设代数系统 $(Z, *)$, 其中 Z 是整数集, 二元运算定义为 $\forall a, b \in Z, a * b = a + b - 2$, $\therefore \forall a \in Z$, 求 a 的逆元.

| 得 分 | 评卷人 |
|-----|-----|
| | |

五、证明题(第 18 题 10 分, 第 19 题 9 分)

18. 设 R 是集合 A 上的对称关系和传递关系, 试证明: 若对 $\forall a \in A, \exists b \in A$, 使得 $(a, b) \in R$, 则 R 是等价关系.

19. 设格 (L, \wedge, \vee) 满足分配律, 证明 $\forall a, b, c \in L$, 有

$$((a \wedge b) \vee (a \wedge c)) \wedge ((a \wedge b) \vee (b \wedge c)) = a \wedge b$$

试卷代号: 1002

中央广播电视大学 2002—2003 学年度第一学期“开放本科”期末考试

计算机科学与技术专业计算机数学基础(1)

试题答案及评分标准

(供参考)

2003 年 1 月

一、单项选择题(每小题 2 分,共 10 分)

1. C 2. A 3. B 4. D 5. A

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 1, 0; 1, 1

7. $\neg(P \wedge Q)$ 或 $\neg P \vee \neg Q$

8. $A(1) \vee A(2) \vee (B(1) \wedge B(2))$

9. 7

10. 不含有奇数度结点

三、化简解答题(每小题 8 分,共 24 分)

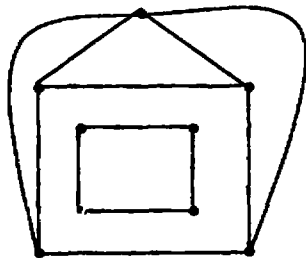
11. 集合中的元素是无序的,且不能重复,故 $A_1 = A_2 = A_3$; (3 分)

因为 $(x-a)(x-b)(x-c)=0$ 的解为 $x=a, b, c$, 而 $x^2-(a+b)x+ab=0$ 的解为 $x=a, b$ (6 分)

故有 $A_1 = A_2 = A_3 = A_6$, $A_4 = A_5$ (8 分)

12. (1)图 G 的平面图,如第 12 题答案图. 故图 G 为可平面图 (4 分)

(2)图 G 满足 $|E| = |V| - 1$, 那么图 G 一定是树. (8 分)



第 12 题答案图

13. 设 I 为任意一个解释, D 为 I 的个体域. 若在解释 I 下, 该公式的前件为 0, 无论 $\forall y \exists x F(x, y)$ 如何取值, $\exists x \forall y F(x, y) \rightarrow \forall y \exists x F(x, y)$ 为 1; (2 分)

若在解释 I 下, 该公式的前件为 1, 则 $\exists x_0 \in D$, 使得 $\forall y F(x_0, y)$ 为 1, 它蕴含着 $\forall y' \in D$, $F(x_0, y')$ 为 1 $\Rightarrow \exists x F(x, y')$ 为 1, 由 y' 的任意性, 必有 $\forall y \exists x F(x, y)$ 为 1, 于是 $\exists x \forall y F(x, y) \rightarrow \forall y \exists x F(x, y)$ 为 1.

总之, 对任意解释 I , $\exists x \forall y F(x, y) \rightarrow \forall y \exists x F(x, y)$ 为 1. 该公式为永真式. (8 分)

四、计算题(每小题 8 分, 共 32 分)

14. $P \rightarrow ((Q \rightarrow P) \wedge (\neg P \wedge Q))$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee ((\neg Q \vee P) \wedge (\neg P \wedge Q)) \quad (2 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (\neg Q \wedge \neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg P \wedge Q) \quad (4 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (0 \vee 0) \quad (6 \text{ 分})$$

$$\Leftrightarrow \neg P \vee (Q \wedge \neg Q)$$

$$\Leftrightarrow (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q) \quad (8 \text{ 分})$$

15. (1) $(A \cap B) \cup \sim C = \{a\} \cup \{a, c, e, f\} = \{a, c, e, f\}$; (4 分)

(2) $(A \oplus A) = (A \cup A) - (A \cap A) = \emptyset$

$P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{d\}, \{a, d\}\}$.

故 $(A \oplus A) \cup P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{d\}, \{a, d\}\}$ (8 分)

16. $A^2(D) = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ (4 分)

从矩阵 $A^2(D)$ 中 $a_{24} = 2$, $a_{33} = 2$ 可知,

从 v_2 到 v_4 长度为 2 的通路有 2 条, 它们是: $v_2 v_3 v_4$, 和 $v_2 v_1 v_4$, (6 分)

从 v_3 到 v_3 长度为 2 的通路有 2 条, 它们是: $v_3 v_4 v_3$, 和 $v_3 v_2 v_3$, (8 分)

17. 易知, 二元运算满足交换律.

\therefore 对 $\forall a \in Z$, $a * 2 = a + 2 - 2 = a = 2 * a$, 即 $2 \in Z$ 是单位元. (3 分)

$\forall a \in Z$, a 的逆元记作 a^{-1} , 有

$$a * a^{-1} = a + a^{-1} - 2 = 2 (\text{单位元})$$

$$\therefore a^{-1} = 4 - a \quad (8 \text{ 分})$$

五、证明题(第 18 题 10 分,第 19 题 9 分)

18. 已知 R 是对称关系和传递关系,只需证明 R 是自反关系. (3 分)

$\forall a \in A, \exists b \in A$,使得 $(a,b) \in R$,因为 R 是对称的,故 $(b,a) \in R$; (6 分)

又 R 是传递的, $(a,b) \in R, (b,a) \in R \Rightarrow (a,a) \in R$,由元素 a 的任意性,知 R 是自反的. (9 分)

所以, R 是等价关系. (10 分)

$$\begin{aligned} 19. & ((a \wedge b) \vee (a \wedge c)) \wedge ((a \wedge b) \vee (b \wedge c)) \\ &= (a \wedge b) \vee ((a \wedge c) \wedge (b \wedge c)) \quad (\text{分配律}) \quad (3 \text{ 分}) \\ &= (a \wedge b) \vee ((a \wedge b) \wedge c) \quad (\text{幂等律}) \quad (6 \text{ 分}) \\ &= a \wedge b \quad (\text{吸收律}) \quad (9 \text{ 分}) \end{aligned}$$