试卷代号：1002　　　　座位号□□

中央广播电视大学2001—2002学年度第二学期“开放本科”期末考试

计算机专业计算机数学基础(1)试题

2002年7月

题　号	一	二	三	四	五	总　分
分　数						

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题2分，共10分)

1. 命题公式$(P \vee Q) \to Q$为(　　　).

A. 矛盾式

B. 可满足式

C. 重言式

D. 合取范式

2. 设$C(x)$：x是国家级运动员，$G(x)$：x是健壮的，则命题“没有一个国家级运动员不是健壮的”可符号化为(　　　).

A. $\neg \forall x(C(x) \wedge \neg G(x))$

B. $\neg \forall x(C(x) \to \neg G(x))$

C. $\neg \exists x(C(x) \to \neg G(x))$

D. $\neg \exists x(C(x) \wedge \neg G(x))$

3. 设集合$A=\{\{1,2,3\},\{4,5\},\{6,7,8\}\}$，则下式为真的是(　　　).

A. $1 \in A$

B. $\{1,3,3\} \subseteq A$

C. $\{\{4,5\}\} \subset A$

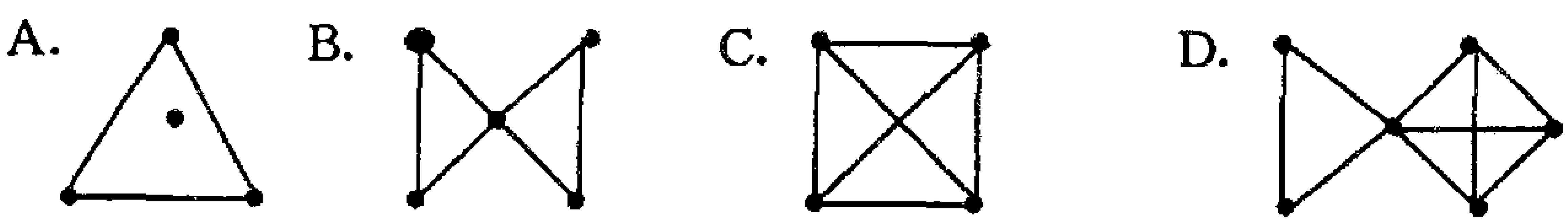
D. $\emptyset \in A$

4. 设 $A=\{1,2\}$, $B=\{a,b,c\}$, $C=\{c,d\}$,则 $A\times(B\cap C)=$(　　　).

A. $\{\langle 1,c\rangle, \langle 2,c\rangle\}$　　　　B. $\{\langle c,1\rangle, \langle 2,c\rangle\}$

C. $\{\langle c,1\rangle, \langle c,2\rangle\}$　　　　D. $\{\langle 1,c\rangle, \langle c,2\rangle\}$

5. 如第 5 题图所示各图,其中存在哈密顿回路的图是(　　　).



第 5 题图

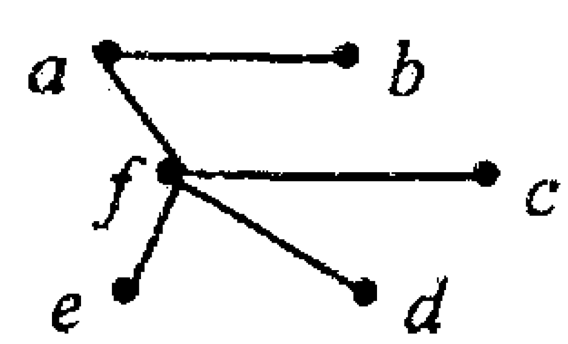
得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 设集合 $A=\{\varnothing,\{a\}\}$,则 A 的幂集 $P(A)=$________________________.

7. 设集合 $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{6,8,12\}$, A 到 B 的关系 $R=\{\langle x,y\rangle \mid y=2x, x\in A, y\in B\}$,那么 $R^{-1}=$____________________________.

8. 图 G 如第 8 题图所示,那么图 G 的割点是________________.



第 8 题图

9. 连通有向图 D 含有有向欧拉回路的充分必要条件是____.

10. 设 $X=\{a,b,c\}$, R 是 X 上的二元关系,其关系矩阵为 $M_R=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$,那么 R 的关系图为__________________________________.

得　分	评卷人

三、化简解答题（每小题 8 分，共 24 分）

11. 简化表达式$(((A\cup(B-C))\cap A)\cup(B-(B-A)))\cap(C-A)$.

12. 设代数系统$(R^*,\circ)$，其中 R^* 是非 0 实数集，二元运算$\circ$为：$\forall a,b\in R^*$，$a\circ b=ab$. 试问$\circ$是否满足交换律、结合律，并求单位元以及可逆元素的逆元.

13. 化简布尔表达式 $a+\bar{a}\cdot\bar{b}(\bar{c}\cdot a+\bar{b})$.

密封线内不要答题

得　分	评卷人

四、计算题(每小题 8 分,共 32 分)

14. 求命题公式$(P \wedge Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)$的真值表.

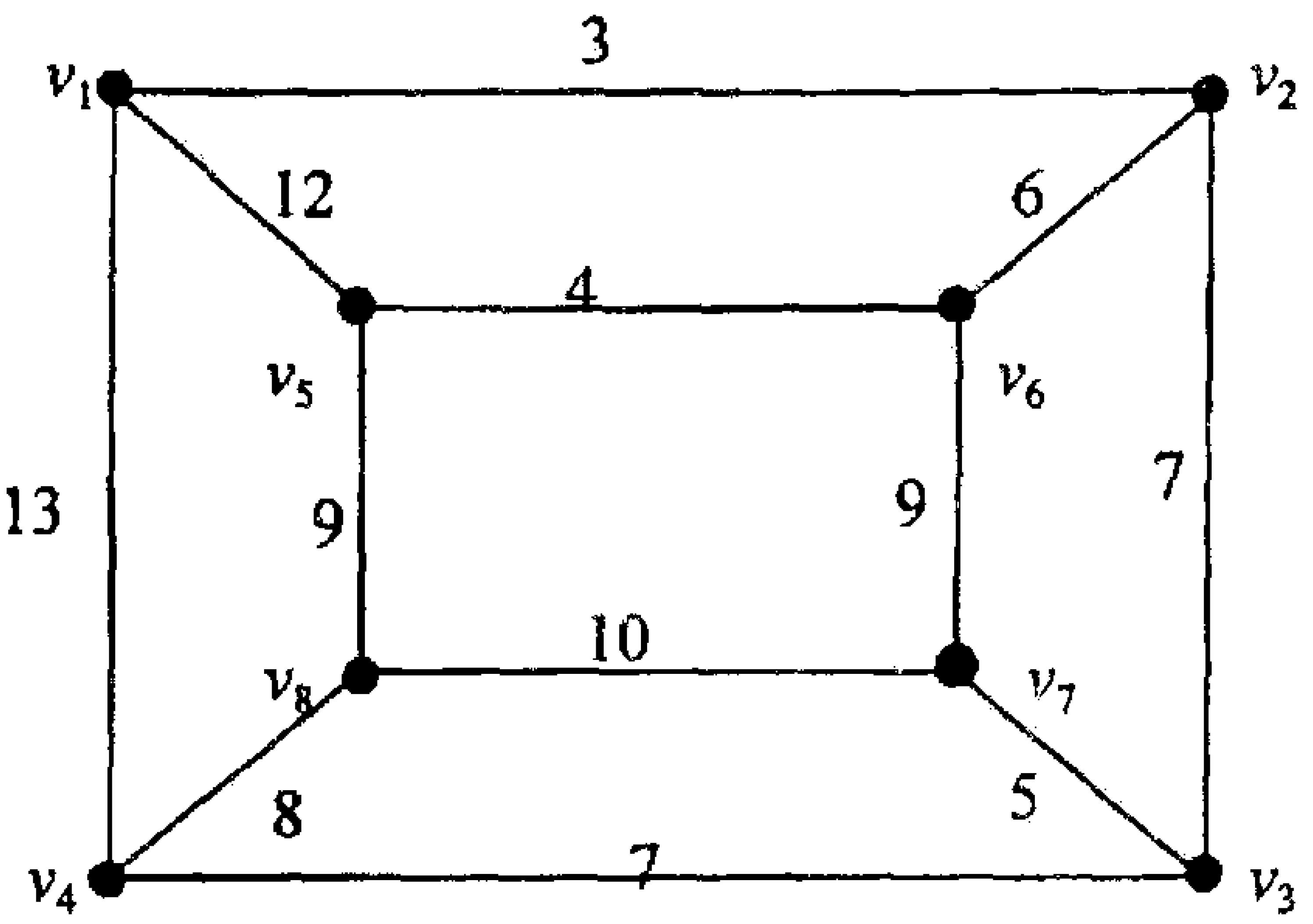
15. 试求谓词公式$\forall x(P(x)\wedge\exists xQ(x,y)\rightarrow\exists yR(x,y))\vee A(x,y)$中，$\forall x$，$\exists x$，$\exists y$的辖域，试问$R(x,y)$和$A(x,y)$中$x$，$y$是自由变元，还是约束变元？

16. 设 R_1 是 $A_1=\{1,2\}$ 到 $A_2=\{a,b,c\}$ 的二元关系，R_2 是 A_2 到 $A_3=\{\alpha,\beta\}$ 的二元关系．

$$R_1=\{\langle 1,a\rangle,\langle 1,b\rangle,\langle 2,c\rangle\},\ R_2=\{\langle a,\beta\rangle,\langle b,\beta\rangle\}$$

试用关系矩阵求 $R_1\cdot R_2$ 的集合表达式．

17. 设图 G 如第 17 题图，求图 G 的最小生成树．



第 17 题图

得　分	评卷人

五、证明题（第 18 题 10 分，第 19 题 9 分）

18. 证明$(P \to Q) \wedge (\neg Q \vee R) \wedge \neg R \wedge (P \vee \neg S) \Rightarrow \neg S$

19. 设 G 为 9 个结点的无向图，每个结点的度数不是 5 就是 6，试证明 G 中至少有 5 个度数为 6 的结点，或者至少有 6 个度数为 5 的结点．

试卷代号：1002

中央广播电视大学2001—2002学年度第二学期“开放本科”期末考试

计算机专业计算机数学基础(1)

试题答案及评分标准

（供参考）

2002年7月

一、单项选择题(每小题2分，共10分)

1. B　　2. D　　3. C　　4. A　　5. C

二、填空题(每小题3分，共15分)

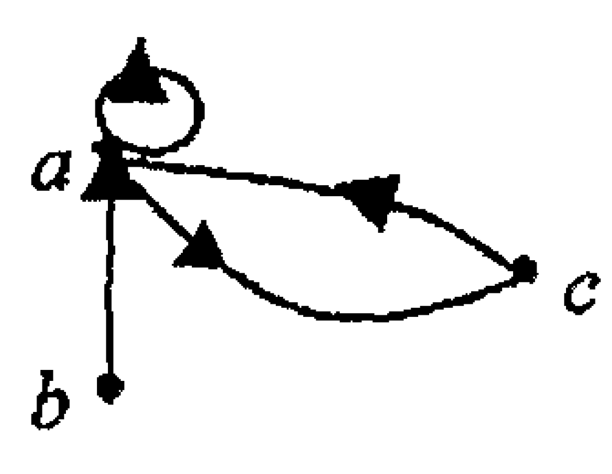
6. $\{\varnothing, \{\varnothing\}, \{\{a\}\}, \{\varnothing, \{a\}\}\}$

7. $\{\langle 6,3\rangle, \langle 8,4\rangle\}$

8. a, f

9. D中每个结点的入度＝出度

10. 见第10题答案图



第10题答案图

三、化简解答题(每小题8分，共24分)

11. $(((A\cup(B-C))\cap A)\cup(B-(B-A)))\cap(C-A)$

$=(A\cup(B\cap(\sim B\cup A)))\cap(C-A)$ （2分）

$=(A\cup(A\cap B))\cap(C-A)$ （4分）

$=A\cap C\cap\sim A$ （6分）

$=\varnothing$ （8分）

12. $\forall a, b, c\in R^*$, $a^\circ b=ab=ba=b^\circ a$，可交换； （2分）

$(a^\circ b)^\circ c=ab^\circ c=abc=a(bc)=a^\circ(bc)=a^\circ(b^\circ c)$，可结合． （4分）

易见,单位元为 1.

对$\forall a\in R^*$, $a^\circ a^{-1}=aa^{-1}=1=a^{-1}a=(a^{-1})^\circ a$,故 a 的逆元: $a^{-1}=\frac{1}{a}$ (8 分)

13. $a+\overline{a}\cdot\overline{b}(\overline{c}\cdot a+\overline{b})$

$=a+\overline{a}\cdot\overline{b}\cdot\overline{c}\cdot a+\overline{a}\cdot\overline{b}$ (2 分)

$=a+\overline{a}\cdot\overline{b}$ (5 分)

$=(a+\overline{a})\cdot(a+\overline{b})=a+\overline{b}$ (8 分)

四、计算题(每小题 8 分,共 32 分)

14.

P	Q	$P\wedge Q$	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg P\vee\neg Q$	$(P\wedge Q)\wedge(\neg P\vee\neg Q)$
0	0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	1	0
1	1	1	0	0	0	0

表中最后一列的数中,每对 1 个数得 2 分.

15. $\forall x$ 的辖域: $(P(x)\wedge\exists xQ(x,y)\to\exists yR(x,y))$ (2 分)

$\exists x$ 的辖域: $Q(x,y)$ (4 分)

$\exists y$ 的辖域: $R(x,y)$ (6 分)

$R(x,y)$中的 x,y 是约束变元, $A(x,y)$中的 x,y 是自由变元. (8 分)

16. $M_{R_1}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$ (2 分)

$M_{R_2}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}$ (4 分)

$M_{R_1\cdot R_2}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}$ (6 分)

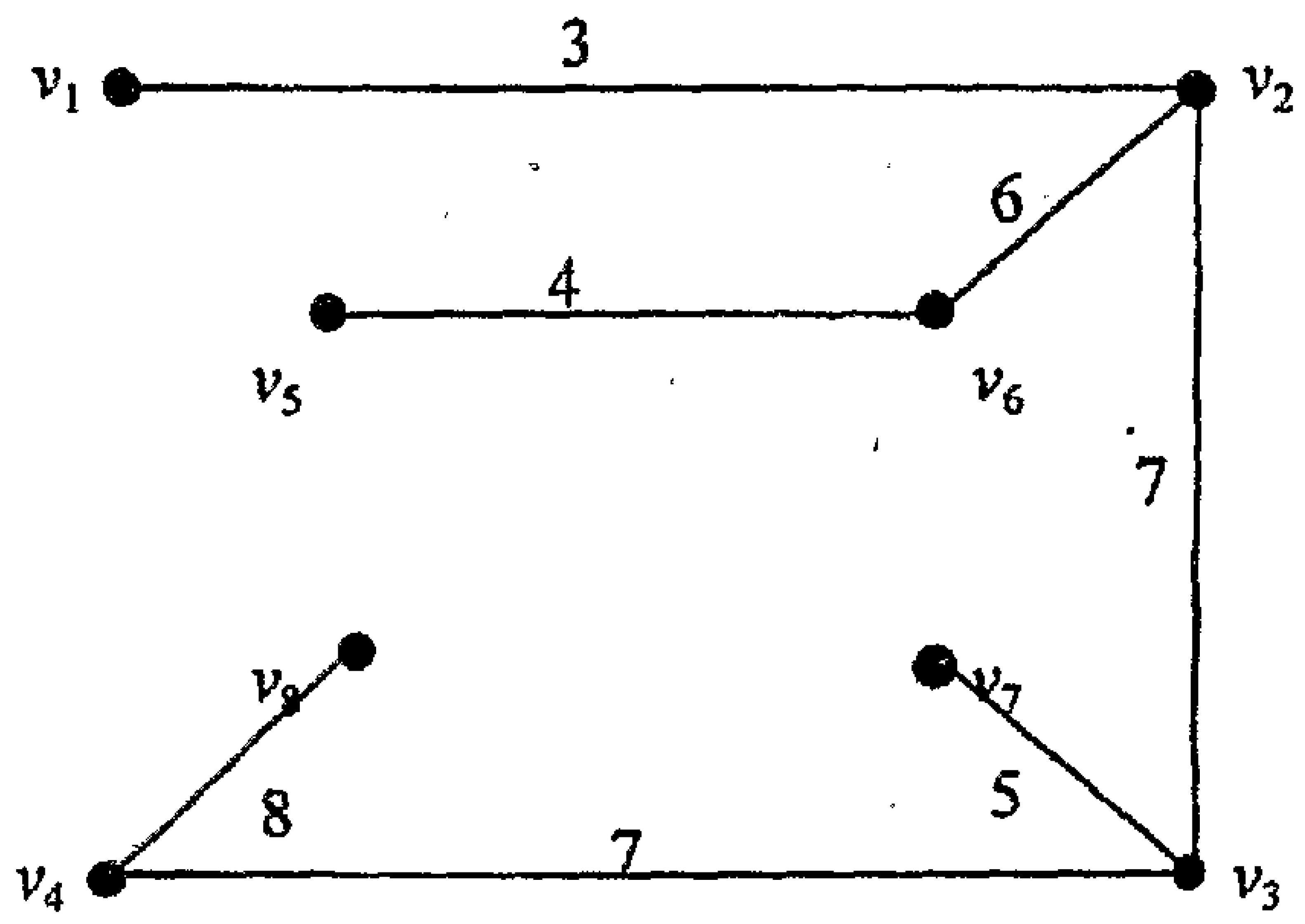
$R_1\cdot R_2=\{\langle 1,\ \beta\rangle\}$ (8 分)

17. 图 G 的最小生成树，如第 17 题答案图．

首先选对边(v_1, v_2)得 2 分，

再每选对一条边得 1 分．

共 8 分．



第 17 题答案图

五、证明题（第 18 题 10 分，第 19 题 9 分，共 19 分）

18.

①$\neg Q \vee R$	P	（2 分）
②$\neg R$	P	（2 分）
③$\neg Q$	①，②析取三段论	
④$P \rightarrow Q$	P	（7 分）
⑤$\neg P$	③，④拒取式	
⑥$P \vee \neg S$	P	
⑦$\neg S$	⑤，⑥析取三段论	（10 分）

19. 由第 5 章定理 1（握手定理）的推论，G 中度数为 5 的结点个数只能是 0，2，4，6，8 五种情况； （3 分）

此时，相应的结点度数为 6 的结点个数分别为 9，7，5，3，1 个， （6 分）

以上五种对应情况（0，9），（2，7），（4，5），（6，3），（8，1），每对情况，两数之和为 9，且满足第 2 个数大于或等于 5，或者第 1 个数大于或等于 6，意即满足至少有度数为 6 的结点 5 个，或者至少有度数为 5 的结点 6 个． （9 分）