试卷代号:1002　　　　　　　　　　　　　　　　座位号

中央广播电视大学2001—2002学年度第一学期“开放本科”期末考试

计算机专业计算机数学基础(1)试题

2002年1月

题　号	一	二	三	四	五	总　分
分　数						

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题2分,共10分)

1. 设个体域为整数,下列公式中是真命题的为(　　　)

A. $\forall x \exists y(x \cdot y = 1)$　　　　B. $\forall x \forall y(x \cdot y = y)$

C. $\forall x \exists y(x \cdot y = 0)$　　　　D. $\exists x \forall y(x + y = 2y)$

2. 设集合 $A = \{\varnothing, \{1\}, \{1, 2\}\}$,则既是 A 的元素又是 A 的子集的是(　　　)

A. $\{1\}$　　　　B. $\varnothing$

C. $\{\varnothing\}$　　　　D. $\{1, 2\}$

3. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, R 是 A 上的二元关系,其关系矩阵为

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$ 则 R 的关系表达式是(　　　)

A　$\{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 4\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 3, 4\rangle, \langle 4, 1\rangle\}$

B　$\{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 1, 4\rangle, \langle 3, 4\rangle, \langle 4, 1\rangle\}$

C. $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 4, 1\rangle, \langle 4, 3\rangle, \langle 1, 4\rangle\}$

D. $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 1, 4\rangle, \langle 4, 1\rangle, \langle 4, 3\rangle\}$

4. 设无向图 $G=(V,E)$, $V=\{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$, 令 $x_k=\deg(v_k)$, $k=1, 2, \cdots, n$。$\{x_k\}$ 称为 G 的度数序列。下列序列中,不能构成无向图的度数序列的是(　　)

A. (1, 1, 1, 2, 3)

B. (1, 2, 3, 4, 5)

C. (2, 2, 2, 2, 2)

D. (1, 3, 3, 3)

5. 设 $A=Q\times Q$,其中 Q 是有理数集,定义 A 上的二元运算 $*$ 为:$\forall(a, b), (x, y)\in A$, $(a, b)*(x, y)=(ax, ay+b)$,则 $(1, 2)*(3, 4)=$(　　)

A (3, 10)　　B. (−5, 1)

C (6, 8)　　D (3, 6)

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6 设个体域 $\{1, 2\}$, 谓词 $P(1)=1, Q(2)=1$, 则 $\forall x(P(x)\vee Q(x))$ 的真值是________。

7. 设集合 $A=\{\{a, b\}, c\}$, $B=\{c, d\}$,那么 $A-B=$________。

8 所有 $|V|\geq 3$ 的________图为哈密顿图。

9. 设非空集合 A,那么幂集合 $P(A)$ 的关于二元运算 $\cap$ 的单位元是________。

10. 有 16 条边,每个顶点都是 2 度顶点的无向图有________个顶点。

得　分	评卷人

三、化简解答题(每小题 8 分,共 24 分)

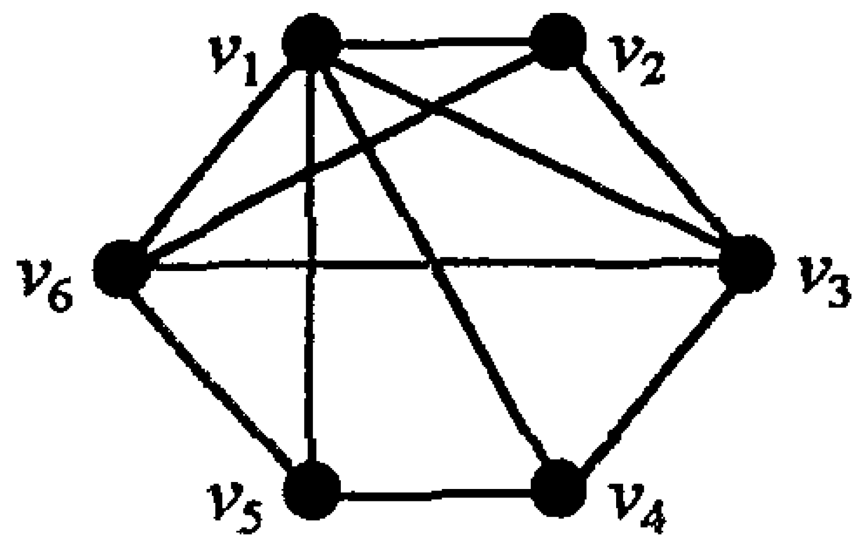
11. 判断命题公式 $\neg(Q\to P)\wedge P$ 的类型(重言式、矛盾式或可满足式),说明理由。

12. 设集合 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, R 是 A 上的二元关系,定义为

$R=\{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 1, 3\rangle, \langle 1, 4\rangle, \langle 1, 5\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle, \langle 2, 4\rangle, \langle 2, 5\rangle,$
$\langle 3, 3\rangle, \langle 3, 4\rangle, \langle 3, 5\rangle, \langle 4, 4\rangle, \langle 4, 5\rangle, \langle 5,5\rangle\}$

试判断 R 是否为自反关系、对称关系和传递关系,并说明理由。

13. 判断图 G(如第 13 题图所示)是否为平面图,如果是,请画出图 G 的平面嵌入图。



第 13 题图

得　　分	评卷人

四、计算题(每小题 8 分,共 32 分)

14. 求命题公式$(\neg(P\to Q)\vee\neg P)\wedge Q\wedge R$的主析取范式。

15. 设解释 I 为:个体域 $D=\{-2,3,6\}$,一元谓词 $F(x):x\leq 3$,$G(x):x>5$,求公式$\exists x(F(x)\vee G(x))$在 I 下的真值。

16. 将$((A\cup(B-C))\cap A)\cup(B-(B-A))$简化。

17. 求布尔表达式$(a\cdot b)+(\bar{a}\cdot b\cdot\bar{c})+(b\cdot c)$的简化式。

得　　分	评卷人

五、证明题(第 18 题 10 分,第 19 题 9 分)

18. 证明如果 R 是集合 A 上的空关系或全关系,则 $R^2=R$。

19 若无向图 G 中只有两个奇数度结点,则这两个结点一定是连通的。

试卷代号:1002

中央广播电视大学2001—2002学年度第一学期“开放本科”期末考试

计算机专业计算机数学基础(1)

试题答案及评分标准

(供参考)

2002年1月

一、单项选择题(每小题2分,共10分)

1. C　　2. B　　3 A　　4 B　　5 D

二、填空题(每小题3分,共15分)

6 1

7. $\{\{a, b\}\}$

8. 有向完全

9 A

10. 16

三、化简解答题(每小题8分,共24分)

11. 解　$\neg(Q\rightarrow P)\wedge P\Leftrightarrow\neg(\neg Q\vee P)\wedge P$　　(3分)

$\Leftrightarrow(Q\wedge\neg P)\wedge P$

$\Leftrightarrow Q\wedge\neg P\wedge P$

$\Leftrightarrow Q\wedge(\neg P\wedge P)$

$\Leftrightarrow Q\wedge 0\Leftrightarrow 0$　　(7分)

所以$\neg(Q\rightarrow P)\wedge P$是矛盾式(永假式)。　　(8分)

用其它方法解,可参照给分。

12. 解　(1) $\forall a \in A$, $(a, a) \in R$,故 R 是自反关系；　(3分)

(2)如 $(1, 2) \in R$,而 $(2, 1) \notin R$,故 R 不是对称关系；　(6分)

(3) $\forall a, b, c \in A$, $(a, b) \in R$ 且 $(b, c) \in R$,有 $(a, c) \in R$,故 R 是传递关系　(8分)

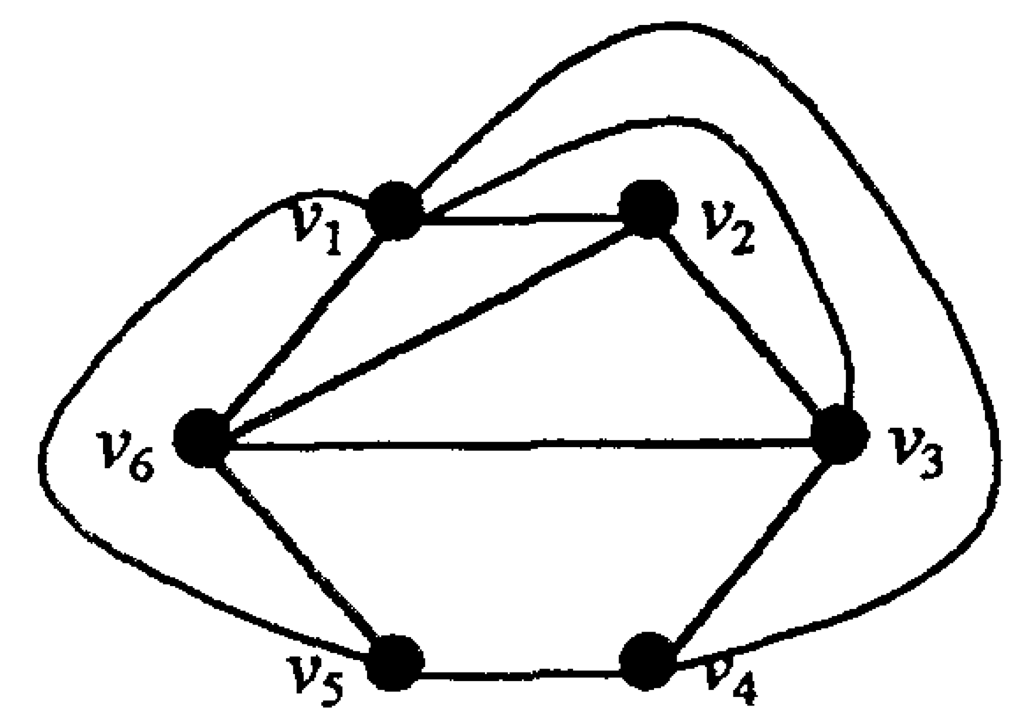
13　解　图 G 是平面图。　(3分)

图 G 的平面嵌入图(如第13题答案图所示)。

画对1条边。　(5分)

画对2条边。　(6分)

画对3条边。　(8分)



第13题答案图

四、计算题(每小题8分,共32分)

14. 解　$(\neg(P \to Q) \vee \neg P) \wedge Q \wedge R$

$\Leftrightarrow (\neg(\neg P \vee Q) \vee \neg P) \wedge Q \wedge R$　(3分)

$\Leftrightarrow ((P \wedge \neg Q) \vee \neg P) \wedge Q \wedge R$　(6分)

$\Leftrightarrow \neg P \wedge Q \wedge R$　(8分)

15. 解　$\exists x(F(x) \vee G(x)) \Leftrightarrow \exists x F(x) \vee \exists x G(x)$　(2分)

$\Leftrightarrow (F(-2) \vee F(3) \vee F(6)) \vee (G(-2) \vee G(3) \vee G(6))$　(5分)

$\Leftrightarrow 1 \vee 1 \vee 0 \vee 0 \vee 0 \vee 1$

$\Leftrightarrow 1$　(7分)

所以公式 $\exists x(F(x) \vee G(x))$ 在解释 I 下的真值为1。　(8分)

16. 解　$((A \cup (B - C)) \cap A) \cup (B - (B - A))$

$= (A \cap (A \cup (B - C))) \cup (B - (B - A))$　(3分)

$= (A \cup (A \cap (B - C))) \cup (B \cap (\sim B \cup A))$　(5分)

$= A \cup (A \cap B)$　(7分)

$= A$　(8分)

17. 解　$(a \cdot b) + (\bar{a} \cdot b \cdot \bar{c}) + (b \cdot c)$

$= b \cdot (a + (\bar{a} \cdot \bar{c}) + c)$　(3分)

$= b \cdot (a + c + \overline{a + c})$　(6分)

$= b \cdot 1 = b$　(8分)

五、证明题(第 18 题 10 分,第 19 题 9 分,共 19 分)

18 证明 若 $R=\phi$,则 $R^2=\phi=R$; (3 分)

若 $A=\phi$,则 $A\times A=\phi$,所以令 R 是 A 上的全关系,则 $R=\phi$,因而有 $R^2=R$;

若 $A\neq\phi$,则其上的全关系 $R=A\times A$, $\forall a, b\in A$,有 $\langle a, b\rangle\in R$, $\langle a, a\rangle\in R$,所以 $\langle a, b\rangle\in R^2$,因而 $R=A\times A\subseteq R^2$,又 $R^2\subseteq A\times A=R$,所以 $R^2=R$。 (10 分)

19. 证明 设 G 中的两个奇数度结点分别为 u 和 v。假设 u 和 v 不连通,即它们之间无任何通路,则 G 至少有两个连通分支 G_1, G_2,使得 u 和 v 分别属于 G_1 和 G_2,于是 G_1 和 G_2 各含有一个奇数度结点。 (7 分)

这与握手定理的推论矛盾。因而 u 和 v 一定是连通的。 (9 分)