试卷代号：1002　　　　座位号□□

中央广播电视大学 2000—2001 学年度第一学期“开放教育(本科)”期末考试

计算机科学与技术专业计算机数学基础(1)试题

2001 年 1 月

题　号	一	二	三	四	五	总　分
分　数						

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题 2 分，共 10 分)

1. 设 $F(x)$：x 是鸟，$G(x)$：x 会飞翔。则命题“鸟都会飞”符号化为(　　)

   A. $\forall x(F(x) \land G(x))$

   B. $\forall x(F(x) \to G(x))$

   C. $\forall x(F(x) \lor G(x))$

   D. $\exists x(F(x) \to G(x))$

2. 设 A, B, C 为任意集合，下列命题为真的是(　　)

   A. 如果 $A \cup B = A \cup C$，则 $B = C$

   B. 如果 $A - B = \varnothing$，则 $A = B$

   C. $A \oplus A = A$

   D. $\varnothing$ 是 $\varnothing$ 的子集

3. 设图 $G = \langle V, E\rangle$，则下列结论成立的是(　　)

   A. $\deg(V) = 2|E|$

   B. $\deg(V) = |E|$

   C. $\sum\limits_{v \in V} \deg(v) = 2|E|$

   D. $\sum\limits_{v \in V} \deg(v) = |E|$

4. 无向图 G 是欧拉图，当且仅当(　　　)

A. G 中所有结点的度数全为偶数

B. G 中所有结点的度数全为奇数

C. G 连通且所有结点的度数全为偶数

D. G 连通且所有结点的度数全为奇数

5. 下列集合和运算能构成群的是(　　　)

A. $(M_n(R), +)$，其中 $M_n(R)$ 是定义在实数集 R 上的 n 阶矩阵，$+$ 是普通加法

B. $(A, +)$，其中 $A = \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm n\}$，$+$ 是普通加法

C. $(\{\frac{1}{2}, 0, 2\}, +)$，其中 $+$ 是普通加法

D. $(\{0, 1, 2, 3\}, \otimes)$，其中运算 $\otimes$ 是模 4 乘法

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

6. 设个体域 $D = \{a, b, c\}$，公式 $\forall xF(x) \to \exists yG(y)$ 消去量词化为______________

____________________________________。

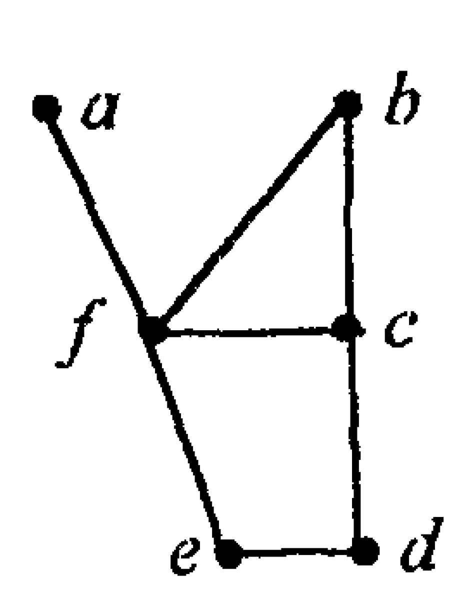
7. 设 $A = \{\{1\}, 1\}$，则 $P(A) =$ ____________________________________。

8. 设给定图 G(如第 8 题图所示)，则图 G 的点割集是______________。

9. 设图 $G = \langle V, E\rangle$ 是简单图，

若图中每对结点的度数之和______

__________，则 G 一定是哈密顿图。



第 8 题图

10. 设$(R^*, \circ)$是代数系统，其中 $R^* = R - \{0\}$，二元运算 $\circ$ 定义为 $\forall a, b \in R^*$，$a \circ b = ab$，那么，$\forall a \in R^*$，a 关于二元运算 $\circ$ 的逆元是______________。

得　分	评卷人

三、化简解答题(每小题 8 分,共 24 分)

11. 化简命题公式$((P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)) \wedge P$。

12. 画出集合 $A = \{1, 2, ..., 9\}$ 上的整除关系的哈斯图。

13. 已知 P,Q,F 的真值表如下表。

试用 P,Q 和联结词$\neg$，$\rightarrow$ 构造命题公式 A，使得 A 与 F 等值。

P	Q	F
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

得　分	评卷人

四、计算题(每小题 8 分,共 32 分)

14. 求谓词公式 $\neg\exists xF(x)\rightarrow\forall yG(x,y)$ 的前束范式。

15. 设集合 $S=\{1,2,3,4\}$,定义 S 上的二元关系

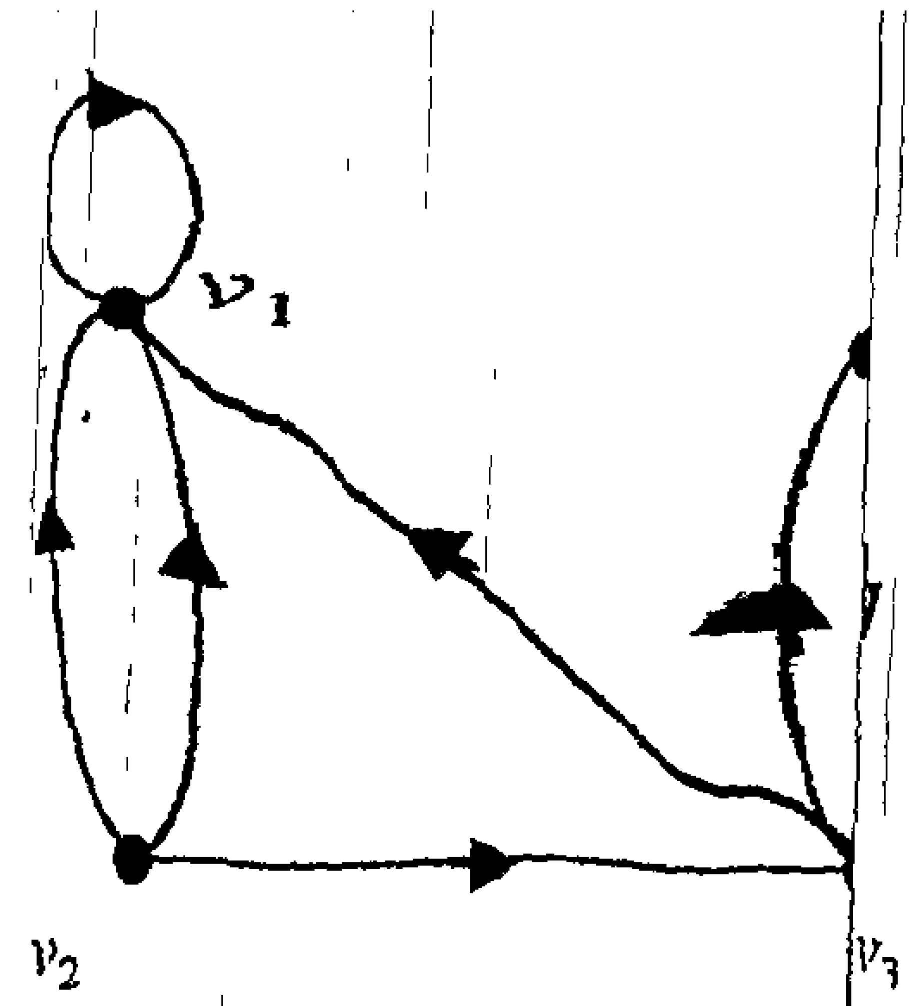
$$R=\{\langle x,y\rangle \mid x,y\in S\wedge(x-y)^2\in S\wedge x>y\}$$

$$T=\{\langle x,y\rangle \mid x,y\in S\wedge \frac{x}{y}\text{是素数}\}$$

试求 R,T 的元素表达式,并计算 $R\cdot T$。

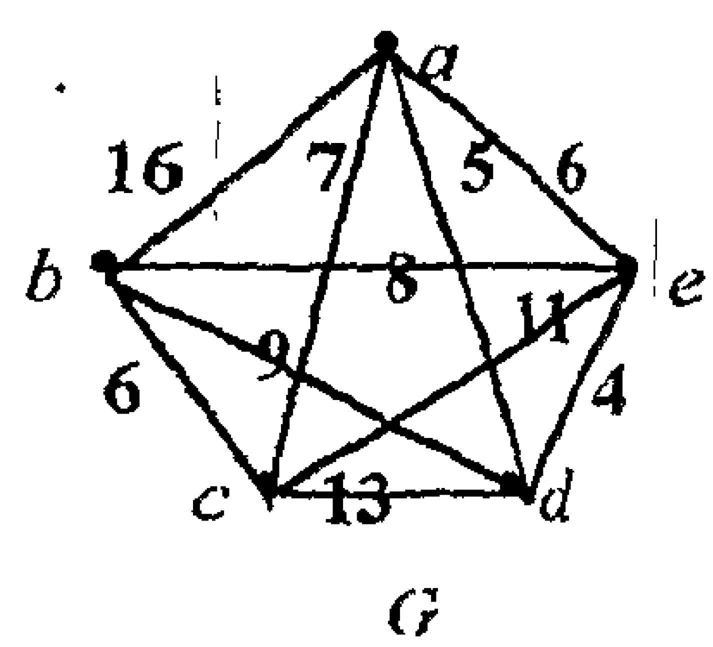
16. 设有向图 $D=\langle V, E\rangle$，如第 16 题图所示。

求 D 中 v_2 到 v_4 长度分别为 1，2，3 的通路的条数。



第 16 题图

17. 求图 G（如图第 17 题图所示）的一棵最小生成树。



第17题图

得　分	评卷人

五、证明题(第 18 题 10 分,第 19 题 9 分)

18. 试证明对任意集合 A,B,C,D 有 $A\subseteq B \wedge C\subseteq D \Rightarrow A-D\subseteq B-C$。

19. 设R为实数集，证明$(R, +)$是交换群，$(R, \times)$是半群，且$\times$对$+$满足左、右分配律，即$(R, +, \times)$是环。其中$+$，$\times$是普通加法和乘法。

试卷代号：1002

中央广播电视大学 2000—2001 学年度第一学期“开放教育(本科)”期末考试

计算机科学与技术专业计算机数学基础(1)

试题答案及评分标准

(供参考)

2001 年 1 月

一、单项选择题(每小题 2 分，共 10 分)

1. B　　2. D　　3. C　　4. C　　5. A

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

6. $(F(a) \wedge F(b) \wedge F(c)) \rightarrow (G(a) \vee G(b) \vee G(c))$

7. $\{\emptyset, \{\{1\}\}, \{1\}, \{\{1\}, 1\}\}$

8. $\{f\}$

9. $\geq |V|$

10. $\frac{1}{a}$

三、化简解答题(每小题 8 分，共 24 分)

11. 解　$((P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)) \wedge P$

$\Leftrightarrow (P \wedge Q) \wedge P \vee (\neg P \wedge \neg Q) \wedge P$　　(3 分)

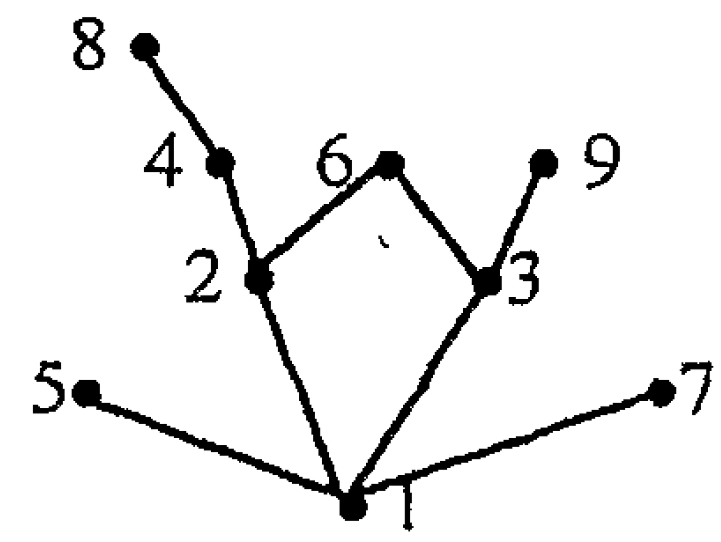
$\Leftrightarrow (P \wedge Q \wedge P) \vee (\neg Q \wedge \neg P \wedge P)$

$\Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee 0$　　(6 分)

$\Leftrightarrow P \wedge Q$　　(8 分)

12. 解　如图。

画对一个点和一条弧得 1 分。(本小题满分 8 分)



第 12 题答案图

13. 解　设 $A = \neg(P \to Q)$，命题公式 A 与 F 等值。　(8 分)

四、计算题(每小题 8 分，共 32 分)

14. 解　$\neg \exists x F(x) \to \forall y G(x, y)$

$\Leftrightarrow \forall x \neg F(x) \to \forall y G(x, y)$　(量词否定)　(2 分)

$\Leftrightarrow \forall z \neg F(z) \to \forall y G(x, y)$　(换名规则)　(4 分)

$\Leftrightarrow \exists z \forall y (\neg F(z) \to G(x, y))$　(量词辖域收缩扩张)　(6 分)

$\Leftrightarrow \exists z \forall y (F(z) \vee G(x, y))$　(8 分)

15. 解

$R = \{\langle 2, 1\rangle, \langle 3, 2\rangle, \langle 4, 3\rangle, \langle 3, 1\rangle, \langle 4, 2\rangle\}$　(3 分)

$T = \{\langle 2, 1\rangle, \langle 3, 1\rangle, \langle 4, 2\rangle\}$　(6 分)

$R \cdot T = \{\langle 3, 1\rangle, \langle 4, 1\rangle\}$　(8 分)

16. 解　图 D 的邻接矩阵为

$$A(D) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},\ A^2(D) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ A^3(D) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$　(6 分)

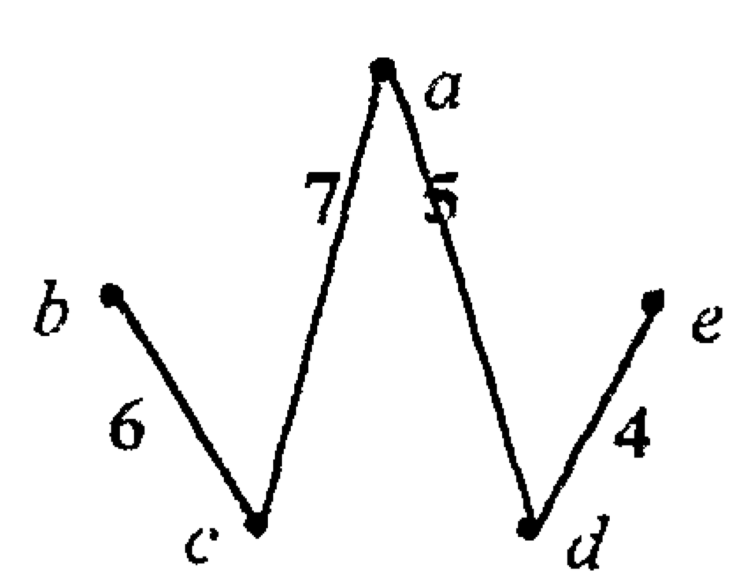
由 $A(D)$，$A^2(D)$，$A^3(D)$ 中的 a_{24} 位置上的数 0，1，0 知，所求通路的条数分别是 0 条、1 条和 0 条。　(8 分)

17. 图中有 5 个结点，因此要选 4 条边。

从权最小边 de 开始，再选 da，再选择 ac，最后选 cb。　(6 分)

最小生成树为 $\langle\{a, b, c, d, e\}, \{ed, da, ac, cb\}\rangle$ (8 分)

注：不画图，不扣分。



G

第 17 题答案图

五、证明题(第 18 题 9 分,第 19 题 10 分)

18. 证明　由于 $C \subseteq D \Leftrightarrow \sim D \subseteq \sim C$,又有 $A \subseteq B$,所以　(4 分)

$A \cap \sim D \subseteq B \cap \sim C$　(8 分)

即　$A - D \subseteq B - C$。　(9 分)

19. 证明

(1)$\forall\ x, y, z \in R$,有 $(x + y) + z = x + (y + z)$,即加法在 R 上满足结合律。(2 分)

(2)$\forall\ x, y \in R$,有 $x + y = y + x$,即加法在 R 上满足交换律。　(3 分)

(3)R 中存在元素 0,使得 $\forall\ x \in R$,有 $x + 0 = 0 + x$,加法单位元存在。　(5 分)

(4)$\forall\ x \in R$,存在 $-x \in R$,使得 $x + (-x) = 0$,加法逆元存在。　(6 分)

可见 $(R, +)$ 是交换群;

(5)$\forall\ x, y, z \in R$,有 $(x \times y) \times z = x \times (y \times z)$,满足乘法结合律。　(8 分)

可见 $(R, \times)$ 是半群;

(6)$\forall\ x, y, z \in R$,有

$(x + y) \times z = x \times z + (y \times z)$, $z \times (x + y) = z \times x + z \times y$,满足左、右分配律。

(9 分)

二元运算 $\times$ 对 $+$ 满足左、右分配律。　(10 分)

故　$(R, +, \times)$ 是环。